

技術社会システム

第12回の解答を掲載しています

担当教員：蓮池 隆(はすいけ たかし)

連絡先：thasuike@waseda.jp

まずは前回の解答から

演習12-1

- 初期条件 : $fb[0] = 0, fb[1] = 1$
- 漸化式 : $fb[n] = fb[n-1] + fb[n-2] (n \geq 2)$
- 計算量 $c[n]$: 再帰で $fb[n]$ を求めるために用いた漸化式の適用回数

(1) $c[4], c[5], c[6], c[7]$ の値を求めよ.

(2) $c[n]$ を $c[n-1]$ と $c[n-2]$ を用いた漸化式で表せ.

(3) $c[n]$ と $fb[n]$ の関係を求めよ.

(ヒント : (2)の漸化式をうまく変形してみると…)

まずは前回の解答から

演習12-1

(1) $c[4]$, $c[5]$, $c[6]$, $c[7]$ の値を求めよ.

解答

• $c[4]$

$$\begin{aligned}fb[4] &= (fb[3] + fb[2]) \quad (+1回) \\ &= (fb[2] + fb[1]) + (fb[1] + fb[0]) \quad (+2回) \\ &= (fb[1] + fb[0]) + fb[1] + fb[1] + fb[0] \quad (+1回)\end{aligned}$$

よって, **$c[4]=4$**

$c[5]$ は, 前回説明しました. → **$c[5]=7$**

まずは前回の解答から

演習12-1

(1) $c[4]$, $c[5]$, $c[6]$, $c[7]$ の値を求めよ.

解答

- $c[6]$

$$fb[6] = (fb[5] + fb[4]) \quad (+1回)$$

$fb[5]$ では, $c[5]=7$, $fb[4]$ では, $c[4]=4$ なので,

$$\mathbf{c[6] = 1 + c[5] + c[4] = 1 + 7 + 4 = 12}$$

同様にして, $c[7]$ では, $fb[7] = (fb[6] + fb[5]) \quad (+1回)$

$$\text{より, } \mathbf{c[7] = 1 + c[6] + c[5] = 1 + 12 + 7 = 20}$$

まずは前回の解答から

演習12-1

(2) $c[n]$ を $c[n-1]$ と $c[n-2]$ を用いた漸化式で表せ.

解答

- $c[n]$

$$fb[n] = (fb[n-1] + fb[n-2]) \quad (+1回)$$

$fb[n-1]$ では $c[n-1]$, $fb[n-2]$ では $c[n-2]$ なので,

$$\mathbf{c[n] = 1 + c[n-1] + c[n-2]}$$

まずは前回の解答から

演習12-1

(3) $c[n]$ と $fb[n]$ の関係を求めよ.

解答

- $c[n]=1+c[n-1]+c[n-2]$ より,
 $(c[n]+1)=(c[n-1]+1)+(c[n-2]+1)$
ここで, $a[n]=c[n]+1$ とおくと, 上式は,
 $a[n]=a[n-1]+a[n-2] \quad (n \geq 2)$

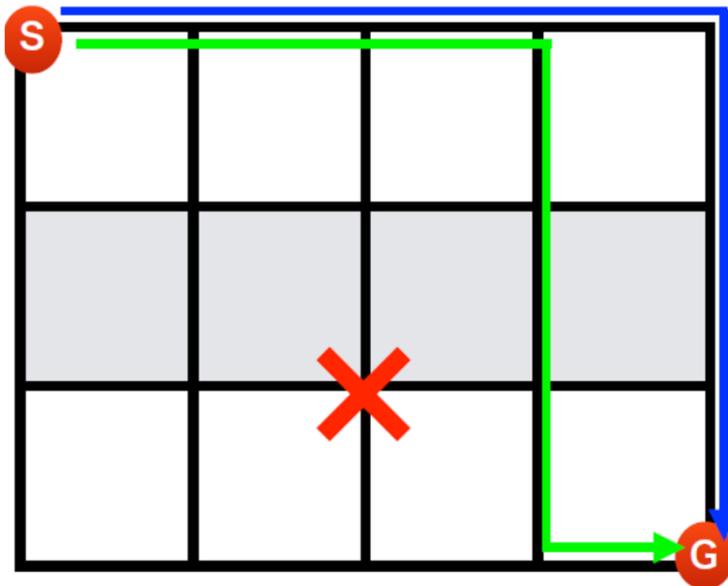
$a[n]$ の初期値を, $a[0]=0, a[1]=1$ とおけば,
まさにフィボナッチ数列そのもの!!

よって, **$c[n]+1=fb[n] \Leftrightarrow c[n]=fb[n]-1$**

つづいて解答です

演習12-3

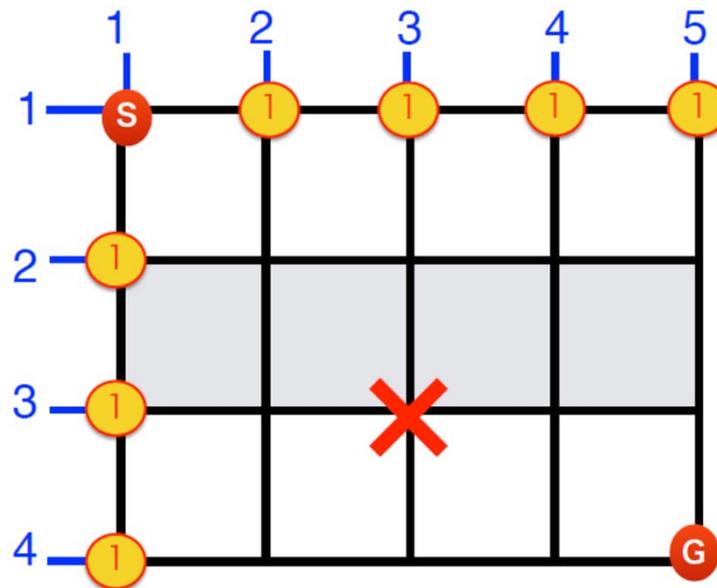
- 以下の格子状の道を通る S から G への経路について以下に答えよ。ただし×印の場所は通れないとする。
 - (1) $P[i, j]$ に関する初期条件($i=1$ または $j=1$ の場合)と漸化式を求めよ。
 - (2) 動的計画法を用いて最短経路の全数を求めよ。



解答例

演習12-3

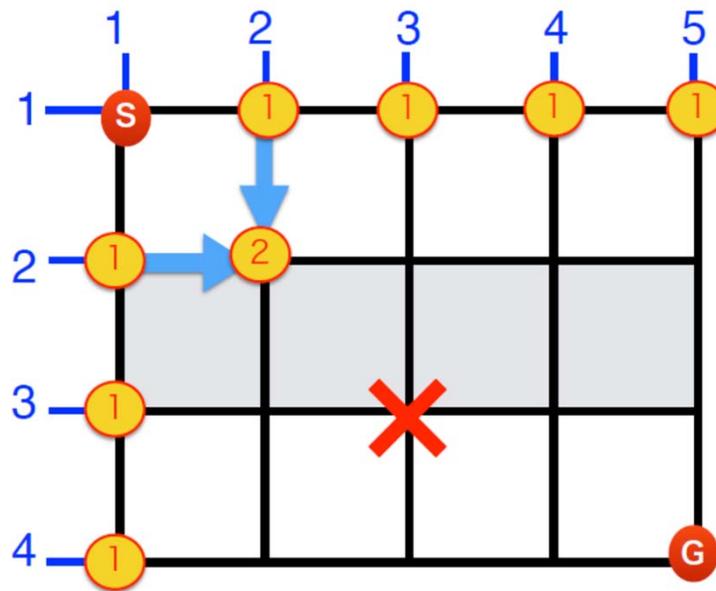
- 最短経路は右方向もしくはは下方向へ向かう部分からなる.
⇒ 初期条件: $P[1, j] = P[i, 1] = 1$
⇒ 計算結果を交差点にメモしておく



解答例

演習12-3

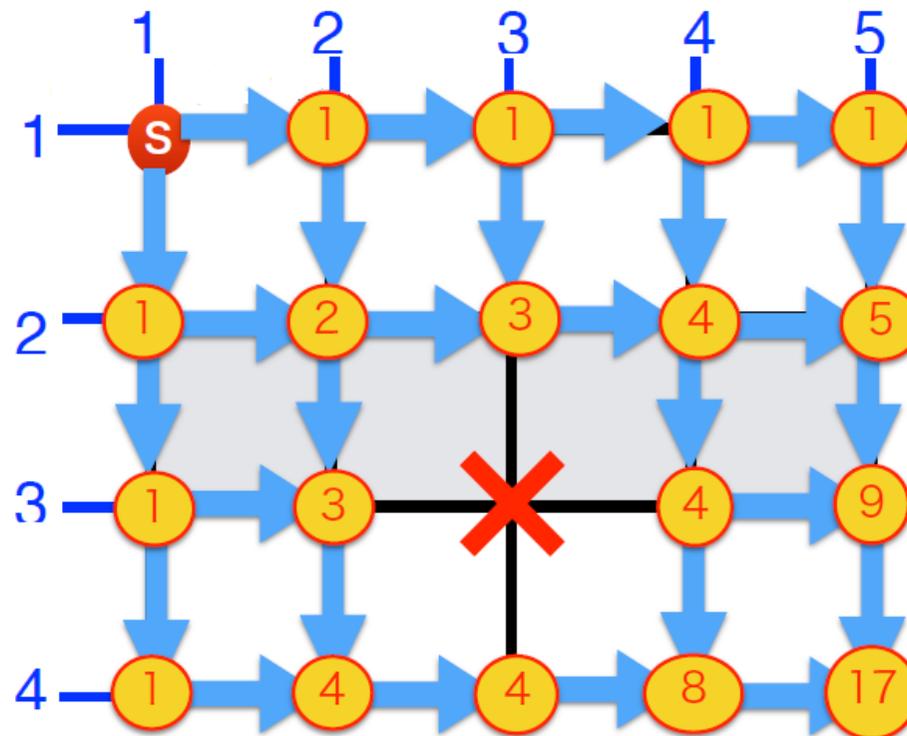
- 最短経路は右方向もしくはは下方向へ向かう部分からなる。
 - ⇒ 交差点(i, j)を通る最短経路は, 直前に($i-1, j$), または($i, j-1$)を通る
 - ⇒ 漸化式: $P[i, j] = P[i-1, j] + P[i, j-1]$
 - ⇒ 計算結果を交差点にメモしておく



解答例

演習12-3

- 最短経路は右方向もしくは下方向へ向かう部分からなる.
⇒ あとは×の地点だけ気を付けて(×の地点では, 値が0となると考えて), 計算するだけ



$$P[4, 5] = 17$$